

## FOTOELASTİSİTEDE SINIR ELEMAN YÖNTEMİNİN AYIRMA YÖNTEMİ OLARAK KULLANILMASI

Atilla ÖZÜTOK, Ahmet Yalçın AKÖZ

Selçuk Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 42031, Kampüs, KONYA  
Maltepe Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, 34857, Maltepe, İSTANBUL

**ÖZET:** Deneysel bir yöntem olan fotoelastisiteden elde edilen verilerle asal gerilme farkları ve asal gerilme doğrultularına ait bilgiler doğrudan elde edilmektedir. Asal gerilmeleri veya asal gerilme bileşenlerini elde etmek için üçüncü bir bağıntıya ihtiyaç vardır. Bu bağıntıya Ayırma yöntemleri denir. Bu çalışmada ayırma yöntemi olarak Sınır Elemanları Yöntemi kullanılmış ve karşılıklı iki kenar ortay noktasından eşit ve karşıt tekil kuvvetler etkisindeki kare levhanın çözümü yapılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Fotoelastisite, Sınır Eleman Yöntemi, Ayırma Yöntemi.

### Boundary Element Method in Photoelasticity as a Separation Method

**ABSTRACT:** Principal Stress direction and their difference can be obtained directly by the photoelastic experiments using the isoclonic and isochromatic fringe patterns respectively. To obtain the individual principal stresses or the elements of the stress tensor, additional operation is required. The way for obtaining the elements of the stress tensor is called the separation method. In this study, the adaptation of the Boundary Integral Equation to photoelasticity is investigated as a separation technique that the stress distribution in a square plate which is loaded by concentrated forces on natural edges along symmetry axis is investigated.

**Key Words:** Photoelasticity, Boundary element method, separation method.

### GİRİŞ

İki boyutlu fotoelastisite, gerilme alanlarının araştırılmasında kullanılan en eski optik metodlardandır. Bu metod Brewster (1816), tarafından gerilme altındaki cam levhayı polariskopta incelediğinde renkli çizgiler görmesi ile başlamıştır. Filon ve Coker (1931) in sürekli çalışmalarıyla fotoelastisitenin mühendislik uygulamalarındaki önemi artmıştır. Frocht (1948), Hetenyi (1950), Dally (1965), Fowles (1968), fotoelastisitenin gelişmesine yardımcı olan araştırmacılarıdır.

Sınır koşulları karmaşıklaştığı zaman, alan denklemlerinin çözümü zorlaşmakta hatta imkansız hale gelmektedir. Bu durumda ya deneysel ya da sayısal yöntemler akla gelir. Fotoelastisite teorisi de kapalı çözüm güclüğü olan problemler için akla ilk gelen deneysel

yöntemlerden birisidir. Fotoelastik deneylerden elde edilen veriler ile asal gerilme farkları ve asal gerilme doğrultuları hesaplanmaktadır. Asal gerilmeleri veya gerilme bileşenlerini elde etmek için üçüncü bir bağıntıya ihtiyaç vardır. Eksik olan bağıntıyı elde etmek için kullanılan yöntemlere Ayırma Yöntemleri denir. Fotoelastisitede ayırma yöntemi olarak geniş bir şekilde kullanılan bu bağıntılar ilave deneyler, fotoelastisite deney sonuçlarının kullanıldığı yarı teorik yöntemler ve tüm bölgede bağıntıyı bir defa da veren sürekli yöntemler sayılabilir (Aköz, 1969). Bu metodlar, yapının data verilerinin artmasından, denge denklemlerinin integrasyonu esnasında toplama hataları ve gözleme dayandığı için zaman alıcıdır. Sayısal yöntem olarak sonlu farklar, sonlu eleman veya sınır eleman teknikleri asal gerilmelerin çözümü için kullanılmıştır.

Bu çalışmada kullanılan potansiyel problemler için sınır eleman yöntemine ait geniş bilgi çeşitli kaynaklarda bulunabilir (Brebbia, 1978; Brebbia ve Walker, 1980; Brebbia ve Dominguez, 1989).

Fotoelastisitede ayırma metodu olarak Sınır eleman yönteminin uygulanmasına ait ilk çalışmalar incelendiğinde, Umeagukwu (1982, 1989) sabit sınır elemanları yardımıyla Laplace denkleminin  $\nabla^2(\sigma_1 + \sigma_2)$  çözümünü elde etmek için sınır eleman yöntemini kullanmışlardır. Fotoelastisite deney verilerinden elde edilen veriler de kullanılarak gerilme bileşenlerini elde etmişlerdir. Burada  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  asal gerilmelerdir. Benzer bir yaklaşım Mitsui ve Yoshida (1983) tarafından sınır eleman yöntemi kullanılarak asal gerilmeler elde edilmiştir. Özdemir (1987), tarafından yapılan çalışmada basit mesnetli, simetri ekseninden tekil yükü yüklü ve üniform yayılı yükü yüklü yüksek kirişin gerilme analizi fotoelastisite ve sınır eleman yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Chen, Becker ve diğ., (2001) tarafından Fotoelastisitede ayırma yöntemi olarak Invers (ters) Sınır Eleman Yöntemi kullanmışlardır.

Bu çalışmada, fotoelastisite uygulamalarını daha da genişletmek için iki boyutlu gerilme altındaki cismin fotoelastik modeli üzerindeki her noktada asal gerilme dağılımlarını elde etmede etkili bir ayırma yöntemi olan Sınır Eleman Yöntemi ele alınmıştır (Özütok, 1992). Uygulama olarak karşılıklı iki kenar ortay noktasından eşit ve karşıt tekil kuvvetler etkisindeki kare levhanın çözümü yapılarak gerilme dağılımları elde edilmiştir.

## PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Fotoelastisite deneyinden elde edilen eşrenk (izokromat) çizgilerinin yardımıyla asal gerilme farkları,

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf_\sigma}{h} \quad (1)$$

bağıntısından elde edilebilir. Burada N eşrenk çizgisi sayısı,  $f_\sigma$ , malzemenin optik katsayısı ve

h ise modelin kalınlığıdır. Eş-eğim çizgileri yardımıyla herhangi bir noktadaki asal

gerilmenin x eksenine yaptığı  $\theta$  açısı bulunabiliyorsa, o noktadaki kayma gerilmeleri

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin \theta \quad (2)$$

denkleminde elde edilebilir. Serbest sınırlarda normal gerilmelerin sıfır olmasından dolayı deneysel veriler yardımıyla diğer doğrultudaki asal gerilme hesaplanabilir. Sınır üzerine bir yük uygulanıyorsa, bu durumda yükün uygulandığı sınırın normal yönündeki gerilme biliniyor demektir. Bu durumda (1) denklemini kullanarak diğer doğrultudaki asal gerilme

$$\sigma_1 = \frac{Nf_\sigma}{h} + q \quad (3)$$

hesaplanabilir. Burada q sınır üzerindeki sınırdık yüküdür. Basınç için q'nun değeri eksi, çekme için artı alınır.

Düzlem elastisite teorisini kullanarak genelde verilen dış kuvvetlerin etkisi altındaki bir cisimde meydana gelen gerilmeleri bulmak mümkündür. Gerilme bileşenleri cinsinden olan uygunluk denklemi, Laplace operatörünün de kullanılmasıyla

$$\nabla^2(\sigma_x + \sigma_y) = -(1 + \nu) \left[ \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right] \quad (4)$$

şekindedir. Kütle kuvvetlerini gösteren X ve Y değerleri sabit veya ihmal edilirse (4) bağıntısı

$$\nabla^2(\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad (5)$$

şeklinde bir Laplace denklemi haline gelir. Düzlem gerilme halinin birinci invaryantı

$$(\sigma_x + \sigma_y) = (\sigma_1 + \sigma_2) = u \quad (6)$$

dır. Böylece (5) denklemi

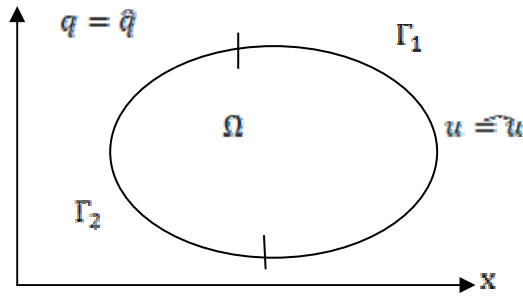
$$\nabla^2 u = 0 \quad (7)$$

şeklini alır. Fotoelastisiteden elde edilen asal gerilme farkı  $(\sigma_1 - \sigma_2 = p)$  ile (7) denkleminde elde edilen u fonksiyonunun kullanılmasıyla asal gerilmeler hesaplanabilir.

## PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(7) ifadesindeki diferansiyel denklemin Şekil 1'de gösterilen bölgede verilen sınır şartları altında çözümü önemlidir.

Sınır eleman yöntemiyle bir  $\Omega$  bölgesinde Laplace denklemini gerçekleyen  $u$  fonksiyonu aranırken, bölge sınırında iki farklı sınır şartının verilmiş olduğunu düşünelim.



Şekil 1. İki boyutlu elastik cisim.  
Figure 1. Two-dimensional elastic body.

$$\begin{aligned} \nabla^2 u &= b \quad \Omega \text{ bölgesinde} \\ u &= \hat{u} \quad \Gamma_1 \text{ sınırındaki esas sınır şartı} \\ q &= \hat{q} \quad \Gamma_2 \text{ sınırındaki doğal sınır şartı} \end{aligned} \quad (8)$$

denklemindeki  $u$  ve  $q$  nun bilinmeyen gerçek değerlerini de içine alan bir  $w$  ağırlıklı fonksiyonu ile çarparak bölgedeki integrali alırsa,

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 u - b) w \, d\Omega = 0 \quad (9)$$

olur. (9) denkleminin iki kez integrasyonu alınır ve  $b$  terimi bu problemde göz önüne alınmazsa,

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \{(\nabla^2 u) w - (\nabla^2 w) u\} \, d\Omega = \\ \int_{\Gamma} \left[ w \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial w}{\partial n} \right] \, d\Gamma \end{aligned} \quad (10)$$

haline gelmektedir. (7) denkleminde elde edilen ifadeyi (10) denkleminde yerine koyarsak,

$$\int_{\Omega} \{(\nabla^2 w) u\} \, d\Omega = \int_{\Gamma} \left[ u \frac{\partial w}{\partial n} - w \frac{\partial u}{\partial n} \right] \, d\Gamma \quad (11)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem sınır elemanları yönteminin uygulanmasında bir başlangıç noktası oluşturduğu için önemlidir.  $w$  ağırlık fonksiyonu (8) denkleminin temel çözümüdür. İki boyutlu bölgenin temel çözümü için,

$$w = \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{1}{r} \right) \quad (12)$$

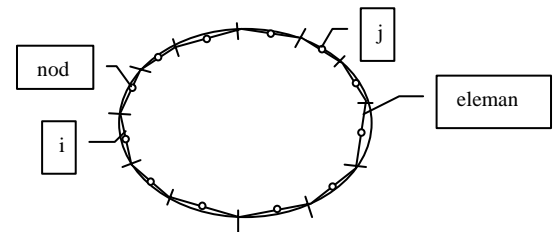
ağırlık fonksiyonu seçilebilir. Bu fonksiyon aşağıdaki denklemi sağlar.

$$\nabla^2 w = -\delta(\vec{r}) \quad (13)$$

Burada  $\delta$  Dirac fonksiyonudur. Problemin çözümü ile ilgili geniş bilgi Brebbia ve Dominguez (1989)'de bulunabilir.

## İKİ BOYUTLU PROBLEMLERİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ

Sayısal çözümlere geçebilmek için iki boyutlu eleman ele alırsa, bu elemanın sınırları Şekil 2'de görüldüğü gibi  $N$  tane elemana ayrılmıştır. Bu durumda sınır doğru parçalarıyla doğru hale getirilmektedir.



Şekil 2. Sabit sınır elemanları.  
Figure 2. Boundary element (constant).

Elemanların orta noktaları nod olarak alınmaktadır. Eğer değişkenin sınırdaki aldığı değer, eleman boyunca değişmez kabul edilirse, böyle elemana sabit sınır elemanı adı verilir. Sınırın  $n$  tane elemana bölündüğünü, ve her eleman üzerinde bilinen  $u$  ve  $q$  değerlerinin sabit olduğu gözönüne alınırsa integral dışına çıkarılarak herhangi bir  $i$  noktası için

$$c_i u_i = \sum_{j=1}^n q_j \int_{\Gamma_j} w \, d\Gamma - \sum_{j=1}^n u_j \int_{\Gamma_j} \frac{\partial w}{\partial n} \, d\Gamma \quad (14)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $q = \partial u / \partial n$  dir. Eğer  $i$  noktası sınırdaki ise  $c_i = 1/2$ , bilgede ise  $c_i = 1$  olarak alınmaktadır.  $\Gamma_j$   $j$  elemanın sınıridir. (14) denklemini sınırdaki bütün  $j$  elemanlarıyla temel çözümün uygulandığı  $i$  nodları arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

Elemanların üzerindeki değerlerin hesaplanabilmesi için (14) denkleminde görüldüğü gibi iki tip integral vardır. Bunlar herhangi bir  $\Gamma_j$  elemanında, ifadesi bilinen  $w$  fonksiyonunun integralinden oluşan sayılardır. Bir  $i$  noktasındaki  $u_i$  değerleri için  $j$  elemanında hesaplanan bu integraller,

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} w \, d\Gamma; \quad \overline{H}_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial w}{\partial n} \, d\Gamma \quad (15)$$

matris formunda gösterilebilirler.  $i$  noktası sınırdaki ise (14) denklemini (15) denkleminde göz önüne alınmasıyla,

$$\frac{1}{2} u_i + \sum_{j=1}^n \overline{H}_{ij} u_j = \sum_{j=1}^n G_{ij} q_j \quad (16)$$

yazılabilir. Şimdi,

$$H_{ij} = \begin{cases} H_{ij}, & i \neq j \\ \overline{H}_{ij} + \frac{1}{2}, & i = j \end{cases} \quad (17)$$

tanımı yapılarak (16) denklemini tekrar çözümlerse,

$$H u = G q \quad (18)$$

Matris formundaki ifadesi elde edilir. Burada  $H$  ve  $G$   $n \times n$ 'lik bir matris,  $u$  potansiyel,  $q$  potansiyel türevidir.

Fotoelastik özelliklerden dolayı sınırlar üzerindeki  $u$  değeri bilinmektedir. Sınırlar üzerinde bilinmeyen sadece  $q$  değeridir. Bilinmeyenleri bulmak için bir denklem takımı oluşturulur.

$$A Y = F \quad (19)$$

Burada  $Y$ ,  $q$ 'nun bilinmeyen vektörüdür. Denklem takımı çözüldüğü zaman sınırlardaki bilinmeyenler bulunmuş olur. Böylece bölgedeki herhangi bir  $i$  noktasındaki değeri,

$$u_i = \sum_{j=1}^n G_{ij} q_j - \sum_{j=1}^n H_{ij} u_j \quad (20)$$

bağıntısından elde edilebilir. Herhangi bir  $i$  nodundaki  $u_i$  değeri için  $j$  elemanında  $H_{ij}$  ve  $G_{ij}$  matris elemanlarının hesabı Özütok (1992)'da verilmiştir. Sınır eleman yönteminin esaslarını da içine alan Fortran kodlama dilinde bir bilgisayar programı yazılmıştır. Bu programın amacı iki boyutlu problemlerde sınırdaki sabit elemanlara ait bilinmeyen  $q$  değerini bulduktan sonra, elemanın herhangi bir  $i$  noktasındaki  $u$  değerlerini hesaplamaktır. Böylece fotoelastisite verilerinden elde edilen asal gerilme farkları ve kayma gerilmesi kullanılarak iki boyutlu probleme ait gerilme bileşenleri elde edilebilir (Özütok, 1992).

## ÖRNEKLER

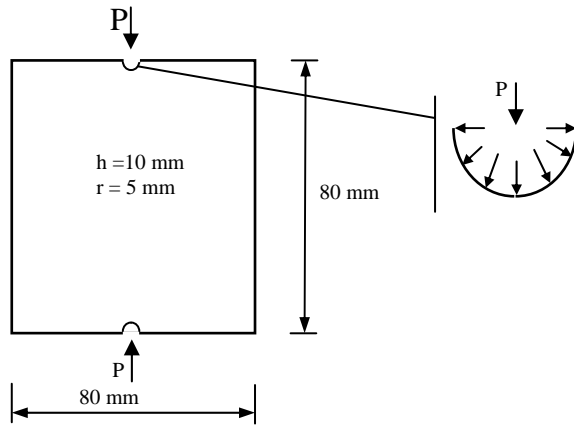
Sınır eleman yöntemine ait bilgisayar programının çalışmasını ve sonuçlarını doğruluğunu kontrol etmek ve sınır eleman sayısının sonuçlar üzerindeki etkisini görmek amacıyla çapı boyunca basınca maruz bir disk probleminin çözüm sonuçları, (İnan, 1969) tarafından verilen teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır (Özütok, 1992). Elde edilen sonuçlar dikkate alınarak:

- Karşılıklı iki kenar ortay noktasından eşit ve karşıt tekil kuvvetler etkisindeki kare levha
- Çentikli kare levha

problemlerinin çözümü yapılmıştır.

### Örnek 1. Karşılıklı İki Kenar Ortay Noktasından Eşit Ve Karşıt Tekil Kuvvetler Etkisindeki Kare Levhanın Çözümü

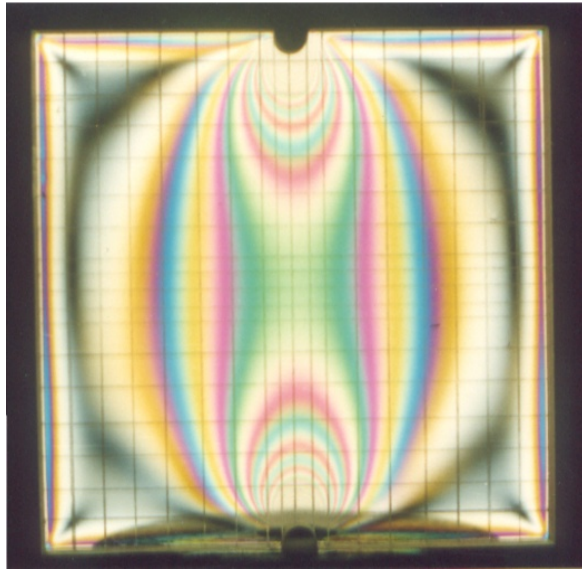
Sınır eleman yönteminin, fotoelastisitede ayırma metodu olarak kullanılmasını göstermek amacıyla disk probleminde elde edilen sonuçlarda dikkate alınarak karşılıklı iki kenar ortay noktasından eşit ve karşıt tekil kuvvetler etkisindeki kare levhanın çözümü yapılmıştır. Bu amaçla  $80 \times 80 \times 10$  mm boyutlarında kesilen modelin karşılıklı iki kenar ortay noktasından eşit ve karşıt kuvvetlerin yayılı olarak dağılmasını sağlamak için yükün etkidiği nokta 5 mm çapında yarım daire şeklinde çentikler açılmıştır (Şekil 3).



Şekil 3. Deney modeli ve yükleme şekli.

Figure 3. Problem geometry.

Hazırlanan model özel bir fırında yük altında 220 F'ye kadar ısıtılıp yine yüklü durumda yavaş yavaş soğutulmaya bırakılmıştır. Böylece meydana gelen optik aktivite (eşrenk çizgileri) model içinde saklanabilmektedir (Şekil 4).



Şekil 4. Kare levhada eşrenk çizgileri.

Figure 4. Isochromatic lines pattern in the square plate.

Polariskop sisteminde incelenen modelin 0°, 5°, ...,90° gibi 5°'lik artan açılarla eş-eğim çizgileri elde edilmiştir. Eş-eğim çizgilerinden yararlanarak asal gerilme yörüngeleri elde edilmiştir. Bunlara ait çizimler Şekil 5'de görülmektedir.

Kare levhanın sınırı, Şekil 3'de görüldüğü gibi tekil yükün etkidiği yarım dairede üç elemana bölünmüştür. Diğer kısımları ise levhanın geometrisinden dolayı gerçek haline uygulanmıştır. Kare levhanın sınır koşulları, iki kısımdan meydana gelmektedir. Birincisi tekil yükün etkidiği,  $r = 5$  mm yarıçapındaki yarım daire üç elemana ayrılmış ve elemanın orta noktalarına etkiyen radyal gerilmeler hesaplanarak (İnan, 1962) sınır şartı olarak girilmiştir. İkinci sınır şartı deney sonuçlarından elde edilmiştir. Eğer sınır serbest ise asal gerilmelerin birisinin olmaması nedeniyle (1) denkleminde,

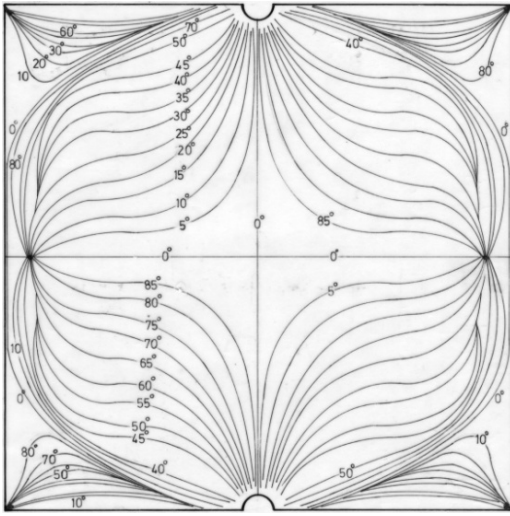
$$\sigma_1 = \frac{N f_\sigma}{h} \quad (21)$$

ifadesi elde edilir. (6) denkleminin yardımıyla

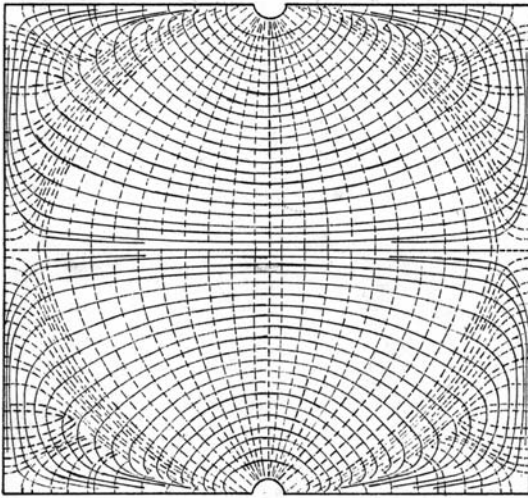
$$\sigma_1 = \frac{N f_\sigma}{h} = u \quad (22)$$

denklemini sınır koşulu olarak verilebilir. Böylece sınırda okunan N eşrenk çizgileri sınır eleman yönteminde kullanılan sınır şartları olarak bulunabilmektedir.

Kare levhanın serbest sınırları polariskopta incelenmiş ve modelin sınırına paralel eşrenk çizgisinin olduğu gözlenmiştir. Model kesimi esnasında veya zamanla ortaya çıkan bu artık gerilmelerden kaynaklanan eşrenk çizgileride dikkate alınarak iki farklı sınır koşulunun belirlenmesinden (SEY1 ve SEY2) sonra sınır elemanları yöntemine ait bilgisayar programına gerekli datalar girilmiştir. Problemin simetrisi göz önüne alınarak modelin dörtte biri için çözüm yapılmış ve istenen noktadaki gerilme bileşenleri elde edilmiştir. x ve y eksenleri boyunca asal gerilme ve asal gerilme toplamının yaklaşımı Övünç (1973) tarafından elde edilen karşılıklı iki kenar ortay noktasından eşit ve karşıt tekil kuvvetler etkisindeki kare levhanın sonuçları ile karşılaştırılarak Şekil 6-11'de verilmiştir. Bulunan sonuçlarla Övünç (1973), tarafından bulunan sonuçların üst üste düştüğü gözlenmiştir.



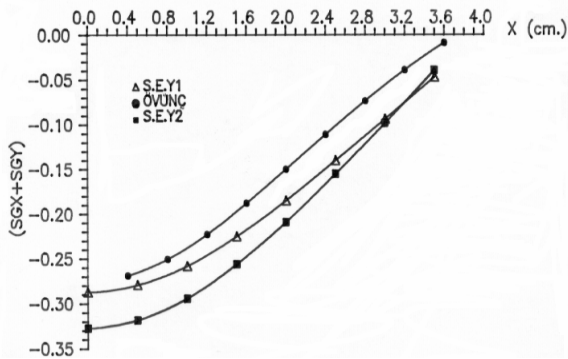
(a)



(b)

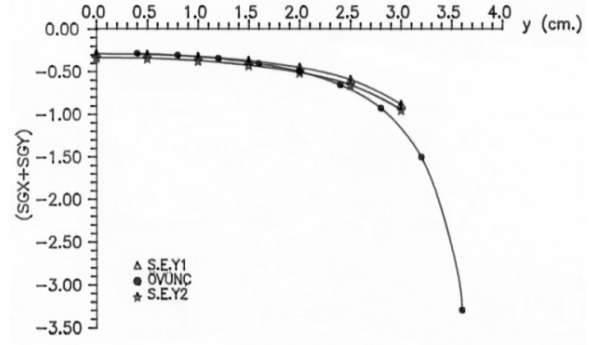
Şekil 5. a. Eş-eğim çizgileri. b. Asal gerilme yörüngeleri.

Figure 5. a. Isoclonic fringe patterns. b. the principal stress trajectories.



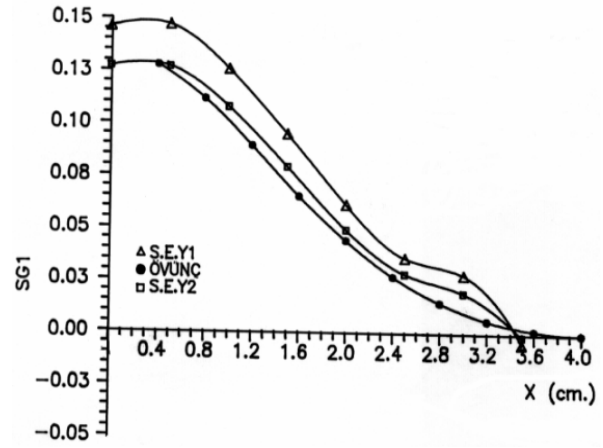
Şekil 6. x eksenine doğrultusunda asal gerilmeler toplamı.

Figure 6. Total principal stress along x direction.



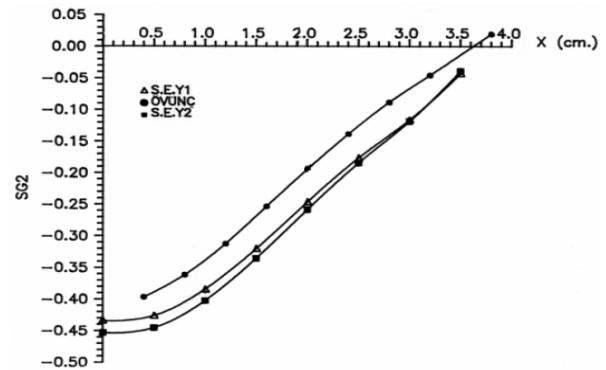
Şekil 7. y eksenine doğrultusunda asal gerilmeler toplamı.

Figure 7. Total principal stress along y direction.



Şekil 8. x eksenine doğrultusunda  $\sigma_1$  gerilmelerinin yayılışı.

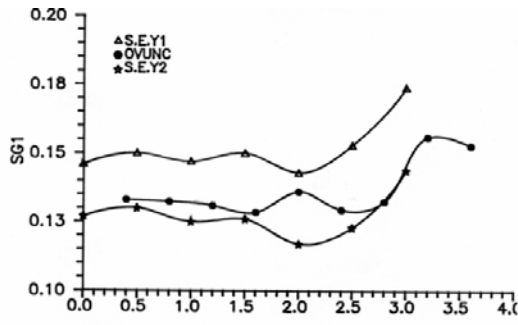
Figure 8. Distribution at stress  $\sigma_1$  along x direction.



Şekil 9. x eksenine doğrultusunda  $\sigma_2$  gerilmelerinin yayılışı.

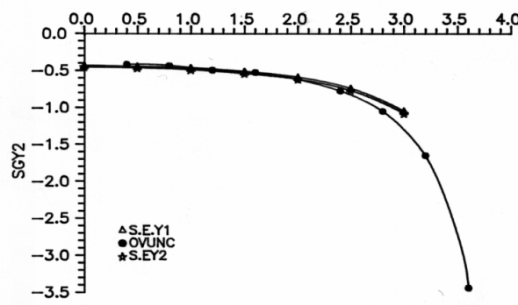
Figure 9. Distribution at stress  $\sigma_2$  along x direction.





Şekil 10. y eksenine doğrultusunda  $\sigma_1$  gerilmelerinin yayılışı.

Figure 10. Distribution at stress  $\sigma_1$  along y direction.

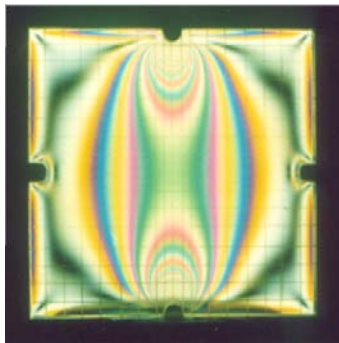


Şekil 11. y eksenine doğrultusunda  $\sigma_2$  gerilmelerinin yayılışı.

Figure 11. Distribution at stress  $\sigma_2$  along y direction.

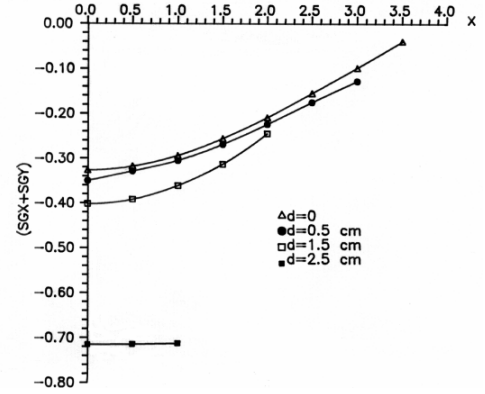
## Örnek 2: Çentikli Kare Levha

Fotoelastisitede sınır elemanları yönteminin ayırma metodu olarak kullanılmasını göstermek amacıyla çözümü yapılan karşılıklı iki kenar ortay noktasından eşit ve karşıt tekil kuvvetlere etkisindeki kare levhanın, aynı yükleme altında yanlarından yarıçapları ( $r = 5 \text{ mm}$ ) sabit kalmak üzere çentik derinliği sırasıyla  $2r$ ,  $3r$ ,  $5r$  alınarak çözümleri yapılmıştır (Şekil 12).



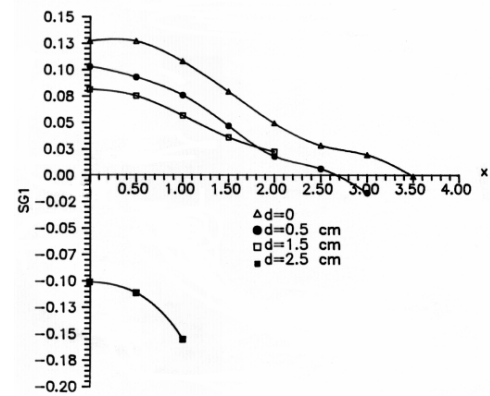
Şekil 12. Çentikli kare levhada eşrenk çizgileri.  
Figure 12. Isochromatic lines pattern at the square plate having notch.

Çentikli kare levhaların sonuçları ile kare levhanın sonuçları arasındaki ilişkiyi göstermek üzere yatay eksen üzerindeki grafikleri Şekil 13-15'de gösterilmiştir.



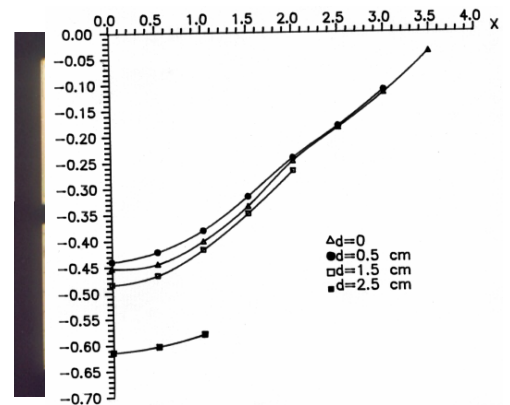
Şekil 13. x eksenine doğrultusunda asal gerilmeler toplamı.

Figure 13. Total principal stress along x direction.



Şekil 14. x eksenine doğrultusunda  $\sigma_1$  gerilmesi.

Figure 14. Distribution at stress  $\sigma_1$  along x direction.



Şekil 15. x eksenine doğrultusunda  $\sigma_2$  gerilmesi.  
Figure 15. Distribution at stress  $\sigma_2$  along x direction.

## SONUÇLAR

Bu çalışmada deneysel bir yöntem olan fotoelastisitede ayırma yöntemi olarak Sınır Elemanları Yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemin ayırma yöntemi olarak kullanılabilirliğini araştırmak için, teorik çözümü bilinen çapı boyunca basınca maruz bir diskin çözümü yapılmıştır. Çözümde tekil yükün etkidiği noktadaki yükün yayılı olarak dağılmasını sağlamak için belli yarıçapa sahip silindirik yüzeyler kesilmiş ve ayrıca bölgenin sınırlara ayrılmasının önemi araştırılmıştır. Buradan elde edilen bilgiler ışığı altında çeşitli örnekler çözülerek sınır elemanları yönteminin fotoelastisitede ayırma yöntemi olarak kullanılabilirliği gösterilmiştir.

Bu çalışmada, değişken değeri eleman boyunca sabit kabul edilerek çözümler yapılmıştır. Sabit elemanlar yerine lineer, kuadratik elemanlarda alınarak çözüm yapmak mümkündür. Ayrıca fotoelastik dataların okunmasında ortaya çıkan hataları azaltmak amacıyla otomatik polariskoplarda kullanılabilir (Redner, 1974). Otomatik polariskop ile gözleme ihtiyaç duyulmadan elde edilen deneysel sonuçlar bilgisayara aktarılarak asal gerilme farkları ve doğrultuları tamamen otomatik olarak hesaplanabilir. Asal gerilmelerin ayrımını gerektiren uygulamalarda otomatik polariskop sayesinde çok sayıda data verisi hızlı ve ekonomik bir şekilde elde edildiğinden Sınır Elemanları Yöntemi başarılı bir şekilde uygulanabilir.

## KAYNAKLAR

- Aköz, Y. (1969). Yüksekliği değişken kirişlerin hesabı için yeni bir metod ve deneysel gerçekleştirme, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Brewster, D. (1816). Phil. trans. roy. soc. Lond. 156
- Brebbia, C.A. (1978). The Boundary Element Method for Engineers, John Wiley & Sons, NewYork.
- Brebbia, C.A. Walker, S., (1980) Boundary Element Technique in Engineering, Newnes Butter Worths, London.
- Brebbia, C.A., Dominguez, J. (1989). Boundary Elements an Introductory Course, McGraw-Hill Book C.
- Coker, E. G., Filon, L.N.G. (1931). A Treatise on Photoelasticity, Cambridge University Press, NY.
- Chen D., Becker, A. A., Jones I. A., Hyde T. H., ve Wang P. (2001), Development of new inverse boundary element techniques in photoelasticity, Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 36, 3, 253-264.
- Dally, J.W., Riley, W.F. (1965). Experimental stress analysis, McGraw Hill Book Company
- Frocht, M.M. (1948). Photoelasticity, Vol.1, Newyork, John Wiley & Sons.
- Fowles, G.R. (1968) Introduction to Modern Optics, Halt, Rinehart and Winston, Inc.
- Hetenyi, M. (1950). Handbook of Experimental Stress Analysis, John Wiley & Sons, New York.
- İnan, M., (1969) Düzlemde elastisite teorisi, İstanbul.
- Mitsui, Y., Yoshida, S. (1983), Boundary element method applied to photoelastic analysis, ASCE J. Eng. Mech, 109, 619-631.
- Özdemir, P., (1987) Fotoelastisitede Sınır Eleman Yöntemi, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Özütok, A., (1992) Fotoelastisitede Sınır Eleman Yönteminin Ayırma Metodu Olarak Kullanılması, Yüksek Lisans, Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Övünç, B., (1973) Kenarlarından Yüklü Kare Levhaların Elastik Çözümüne Dair, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Redner, S., (1974) New automatic polariscope system, SESA spring meeting held in Detroit, MI on May 14-17.
- Umeagukwu, C., (1988) Application of photoelastic and boundary element methods to stress analysis, Int. J. of Mech. Engng. Edu., 17, 3, 163-174.