

ELİPSOİDAL YÜKSEKLİKLERİN ORTOMETRİK YÜKSEKLİĞE DÖNÜŞÜMÜNDE ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN KULLANILABİLİRLİĞİ

Cevat İNAL ve Cemal Özer YİĞİT

S.Ü.Müh.-Mim.Fakültesi, Jeod. ve Fot. Müh. Bölümü, KONYA

Makalenin Geliş Tarihi: 24.03.2004

ÖZET: GPS ile belirlenen yükseklikler, elipsoidal yükseklikler olup, pratik haritacılıkta kullanılan ortometrik yüksekliklerden farklıdır. Bu nedenle, GPS ile belirlenen elipsoidal yükseklikler ortometrik yüksekliğe dönüştürülür. Dönüşümde farklı yöntemler kullanılabilir. Bu çalışmada, üç ayrı test alanında, ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyleri, multiquadratik enterpolasyon, kollokasyon ve universal kriging olmak üzere beş modelleme tekniği ve bu tekniklere ait 18 alt varyasyon kullanılmıştır. Test alanlarındaki ölçüler değerlendirilerek, elde edilen doğruluk ile modelleme tekniği arasındaki ilişki araştırılmıştır.

Anahtar kelimeler: Enterpolasyon, kollokasyon, multiquadratik, kriging

Usability Of Interpolation Techniques For The Transformation From Ellipsoidal Height To Orthometric Height

ABSTRACT: Ellipsoidal heights determined by GPS is different from orthometric heights used in surveying applications. Therefore, ellipsoidal height determined by GPS is transformed to orthometric height. It can be used several transformation methods to do this transformation. In this study, we used five surface fitting techniques which are Inverse Distance Weighted (IDW), Polinomial Regression, Multiquadratic interpolation, Least square collocation and Universal Kriging (UK) and eighteen subvariations which are related to these techniques in three different test areas. We were studied relationship between obtained accuracy and surface fitting techniques by analyzing results obtained from three test areas.

Key words: Interpolation, collocation, multiquadratic, kriging

GİRİŞ

Jeoit ondülasyonlarını belirleme teknikleri içerisinde, yaygın olarak kullanılan, bölgede elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen ve jeoidi en iyi şekilde temsil eden noktalardan yararlanarak analitik bir yüzey geçirmektir. Yüzey geçirilmesi ile elde edilen matematiksel model, elipsoidal yüksekliği bilinen noktalardaki jeoit ondülasyonlarının ve ortometrik yüksekliklerin hesaplanmasında kullanılır. Bu yöntem astrojeodezik yöntemle benzer. Her iki yöntemde de gözlemlerden kaynaklanan hatalar dışında en yüksek doğruluk, jeoidin düzgün olduğu alanda bulunan birbirine çok yakın istasyonlar arasında yapılan uygulamalarda elde

edilir (King ve ark., 1985). Problemin çözülmesinde farklı ve çok çeşitli enterpolasyon yöntemleri kullanılabilir. Bu yöntemlerin bir bölümünde ilk ölçülen yükseklik değerleri hatasız kabul edilir, bir kısmında ise belirli bir dengeleme yada tesadüfi hataların filtrelenmesi yapılır. Duruma göre o bölge için seçilmiş olan enterpolasyon yöntemi ne kadar uygunsa hesaplanan jeoit ondülasyonu ile gerçek değeri arasındaki fark o denli küçük olur.

AĞIRLIKLIL ORTALAMA İLE ENTERPOLASYON

Bu yöntem, noktasal bir enterpolasyon yöntemidir. Bir bölgede GPS/Nivelmanla jeoit

ondülasyonu belirlenmiş n tane dayanak noktasından, jeoit ondülasyonu belirlenecek noktanın civarında bulunanlardan, uygun olan m tanesini kullanılarak, herhangi bir noktadaki jeoit ondülasyonu;

$$N_0 = \frac{\sum_{i=1}^m N_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (1)$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada, N_i ; i dayanak noktasındaki jeoit ondülasyonu, P_i ise ağırlığıdır. P_i ağırlıkları, yakındaki noktaların etkisinin uzaktakilere göre daha etkili olması düşüncesiyle, dayanak noktaları ile enterpolasyon noktası arasındaki uzaklığın bir fonksiyonu olarak;

$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, 3, 4 \quad (2)$$

eşitliği ile hesap edilebileceği gibi (Zhan-Ji 1998, Ayhan ve ark. 2002),

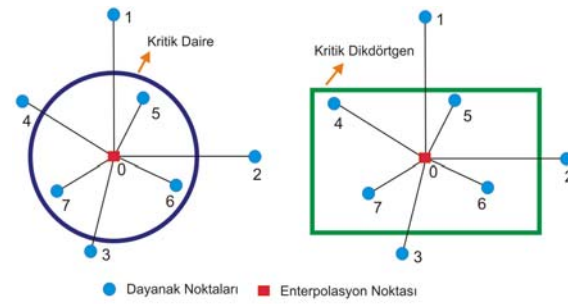
$$P_i = \frac{1}{e^{(d_i^2/k^2)}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 3, 4, 5 \quad (3)$$

şeklindeki Gauss fonksiyonundanda hesaplanabilir (Güler, 1978; Yanalak, 2002). Bu eşitliklerdeki d_i , enterpolasyon noktası ile dayanak noktaları arasındaki yatay mesafedir.

Ağırlıklı ortalama yönteminde, enterpolasyon noktaları için, çalışma alanındaki n tane dayanak noktasının tümünün kullanılması yerine, enterpolasyon noktası civarındaki m tane dayanak noktasının kullanılması önerilmektedir. Kullanılacak dayanak noktalarının seçimi için genellikle enterpolasyon noktası merkez alınmak suretiyle belirlenmiş olan kritik daire yada dikdörtgen kullanılabilir. Bu durumda kritik dairenin boyutlarının belirlenmesi problemi ile karşılaşılır. Kritik daire yada dikdörtgen boyutları dayanak noktalarının konumsal dağılımıyla doğrudan ilişkilidir (Şekil 1).

Bu alternatif çözümden başka farklı bir düşüncede sadece enterpolasyon noktasının

doğal komşularını kullanmaktır. Macedonio ve Pareschi (1991)' e göre, bir enterpolasyon noktası dayanak noktaları ile birlikte Delunay kriterine göre üçgenlenirse, enterpolasyon noktası ile üçgen kenarı oluşturan bütün dayanak noktaları enterpolasyon noktasının doğal komşusu olurlar. Dolayısıyla ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon işlemi sadece bu dayanak noktalarını kullanarak yapılabilir. Doğal komşuların kullanılması kritik daire veya dikdörtgen boyutunun belirlenmesi gereğini ortadan kaldıracaktır (Yanalak, 2002).



Şekil 1. Kritik daire ve kritik dikdörtgen.

Figure 1. Critical circle and critical rectangle.

POLİNOM YÜZEYLERİYLE ENTERPOLASYON

Polinom yüzeyleriyle enterpolasyon, yüzey modellemelerde, yaygın olarak kullanılan tekniklerden biridir. Bu tekniğin ana amacı çalışılan bölgenin tek bir fonksiyonla ifade edilmesidir. Polinom yüzeyleri, kollokasyon, kriging ve multiquadratik gibi yöntemlerin uygulanmasında trend yüzeyi olarak kullanılmaktadır. Polinom yüzeyleriyle enterpolasyonda ortogonal yada ortogonal olmayan polinomlar kullanılabilir.

Ortogonal polinomlarla enterpolasyonda;

$$N(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{j=k-i \\ i=0}}^k a_{ij} x^i y^j \quad (4)$$

ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda ise,

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (5)$$

eşitliklerinden yararlanılır. (4) ve (5) eşitliklerinde, a_{ij} ; polinomun bilinmeyen katsayılarını, (x, y) ; noktaların düzlem koordinatlarını göstermektedir. Ortogonal polinomlarda $n=1$ için yüzey lineer, $n=2$ için quadratik, $n=3$ için kübik; ortogonal olmayan polinomlarda $n=1$ için bi-lineer, $n=2$ için bi-quadratik, $n=3$ için bi-kübik olarak isimlendirilir (Şekil 2).

Dayanak nokta sayısı bilinmeyen sayısından fazla ise a_{ij} katsayıları en küçük kareler yöntemine göre dengeleme ile belirlenir. \underline{A} ; Katsayılar matrisini, \underline{x} polinomun bilinmeyen katsayıları vektörünü, \underline{L} ise dayanak noktalarındaki ondülasyonları gösteren ölçü vektörü olmak üzere,

$$\underline{N} = \underline{A}^T \underline{A}, \quad \underline{n} = \underline{A}^T \underline{L}, \quad \underline{x} = \underline{N}^{-1} \underline{n} \quad (6)$$

eşitlikleri yazılabilir. Ortogonal polinomlarla enterpolasyonda $n=1$ için en az 3, $n=2$ için en az 6, $n=3$ için en az 10 dayanak noktası, ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda ise $n=1$ için en az 4, $n=2$ için en az 9, $n=3$ için en az 16 dayanak noktası gereklidir (İnal,1996).

Polinomlarla enterpolasyonda polinomun derecesinin artması elde edilecek doğruluğun artacağı anlamına gelmez. Derecenin artmasıyla

yüzeyde gereksiz salınımlar oluşur. Yüzeyde oluşan ani iniip çıkmalar gerçeğe uygun olmayan yükseklik değişimlerine neden olur (İnal ve ark.,2003).

Polinomun bilinmeyen sayısını u ile gösterirsek n değerinin değişimine göre; ortogonal polinomlarda,

$$u = \frac{1}{2}(2+n)(1+n) \quad (7)$$

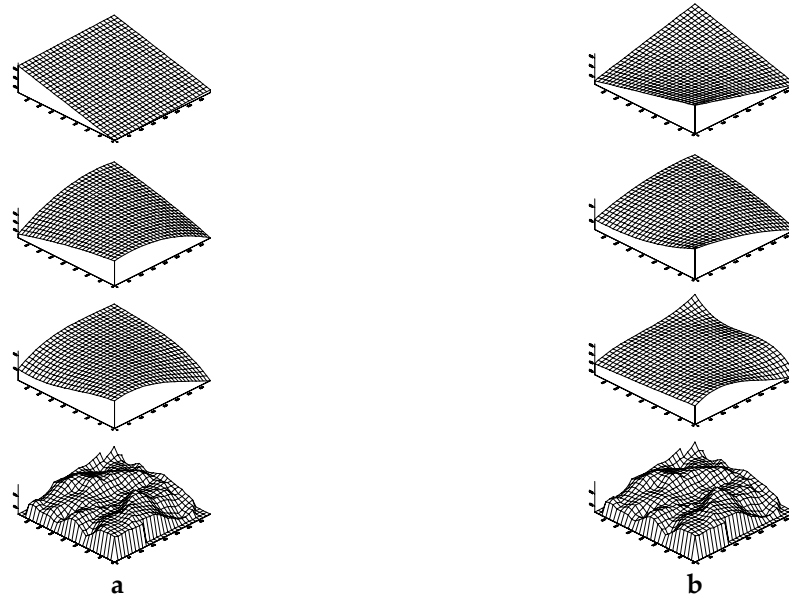
ortogonal olmayan polinomlarda,

$$u = (n+1)^2 \quad (8)$$

formülüne eşit olur.

MULTİQUADRATİK ENTERPOLASYON

Bugüne kadar çeşitli jeodezik ve fotogrametrik problemlerin çözümünde kullanılan yöntem Hardy (1971) tarafından önerilmiştir. Bu enterpolasyon tekniğinin amacı, çalışma alanında bilinen tüm dayanak noktaları kullanılarak tek bir fonksiyon ile yüzeyi tanımlamaktır. Analitik bir çözümleme tekniğidir.



Şekil 2. Yukarıdan aşağıya a) lineer, quadratik, kübik ve orjinal yüzey b) bi-lineer, bi-quadratik, bi-kübik ve orjinal yüzey.

Figure 2. Up to down. a) Linear, quadratic, cubic and original surface b) bi-linear, bi-quadratic, bi-cubic and original surface.

Tekniğin uygulanabilmesi için öncelikle dayanak noktaları kullanılarak bir trend yüzey geçirilir. Trend yüzeyi olarak birinci yada ikinci dereceden polinom kullanmak uygundur (Leberl 1973). Daha sonra, dayanak noktalarındaki ΔN_i artık ondülasyon değerleri hesaplanır.

$$\Delta N_i = N_i - N(x_i, y_i) = N_i - N_{trend} \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

(x_0, y_0) enterpolasyon noktasındaki ΔN_0 artık ondülasyon değeri ise,

$$\Delta N_0 = N_0 - N(x_0, y_0) = N_0 - N_{trend} \quad (10)$$

şeklinde. (10) eşitliğinde hem ΔN_0 hemde N_0 bilinmeyenlerdir. Bilinmeyenlerden biri çözüldüğünde diğeri bulunabilecektir. Multiquadratik yöntemde ΔN_0 hesaplandığında N_0 da hesaplanmış olur.

Multiquadrik yöntemin en genel eşitliği;

$$\Delta N_0 = \sum_{i=1}^n C_i \theta(x_0, y_0; x_i, y_i) \quad (11)$$

şeklinde. Burada, N_i ; dayanak noktalarındaki jeoit ondülasyonu, N_0 ; enterpolasyon noktasındaki jeoit ondülasyonu $N(x_i, y_i)$; trend fonksiyonundan elde edilen i noktasındaki ondülasyon n ; dayanak noktası sayısıdır. C_i ; ise dayanak noktalarının bilinen ΔN_i değerlerinden yararlanarak hesaplanan bilinmeyen katsayıları göstermektedir. C_i katsayıları ikinci dereceden terimlerin işaretini ve eğimini belirler (Güler 1985). (11) eşitliğindeki $\theta(x_0, y_0; x_i, y_i)$ Kernel fonksiyonudur (Zhan-Ji, 1998). Kernel fonksiyonunun, iki yapraklı dairesel hiperboloid (12), dairesel paraboloid (13) ve dairesel dik koni (14) olmak üzere birçok şekli mevcuttur.

$$\theta(x_0, y_0; x_i, y_i) = \left[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + \delta^2 \right]^{1/2} \quad (12)$$

$$\theta(x_0, y_0; x_i, y_i) = \left[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + \delta^2 \right] \quad (13)$$

$$\theta(x_0, y_0; x_i, y_i) = \left[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 \right]^{1/2} \quad (14)$$

Kernel fonksiyonu olarak dairesel dik koninin seçilmesi durumunda, C_i katsayılarının hesabı için, dayanak noktalarına bağlı olarak aşağıdaki şekilde n tane lineer denklem sistemi oluşturulur.

$$\begin{aligned} C_1 a_{11} + C_2 a_{12} + \dots + C_n a_{1n} &= \Delta N_1 \\ C_1 a_{21} + C_2 a_{22} + \dots + C_n a_{2n} &= \Delta N_2 \\ \vdots & \\ C_1 a_{n1} + C_2 a_{n2} + \dots + C_n a_{nn} &= \Delta N_n \end{aligned} \quad (15)$$

(15) denklem sisteminde, a_{ij} katsayıları dayanak noktalarının koordinatlarından yararlanılarak bulunur. \underline{A} , $n \times n$ boyutlu katsayılar matrisini, \underline{C} , n elemanlı bilinmeyenler vektörünü, $\underline{\Delta N}$, dayanak noktalarındaki artık ondülasyon değerlerini içeren n elemanlı vektörü, göstermek üzere; bilinmeyen C_i katsayılarının çözümü,

$$\underline{C} = \underline{A}^{-1} \underline{\Delta N} \quad (16)$$

olur. (x_0, y_0) koordinatlarıyla bilinen herhangi bir enterpolasyon noktasının aranan N_0 ondülasyon değeri,

$$N_0 = N(x_0, y_0) + \sum_{i=1}^n C_i \left[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 \right]^{1/2} \quad (17)$$

eşitliği ile hesaplanır.

(12) ve (13) eşitliklerinde geçen δ^2 geometrik parametre olarak adlandırılır ve sabit bir sayıdır. (12) eşitliğinde $\delta^2 = 0$ olduğunda (14) eşitliği elde edilir. δ için verilen küçük değerler bir zirve görünümü verirken, büyük değerler geniş yüzey özelliği gösteren düz yüzey görünümü verir. δ^2 değerinin hangi büyüklükte alınacağı konusu uzun yıllardan beri araştırılmaktadır. Araştırmacılar farklı çalışmalarda birçok hesaplama yöntemi geliştirmişlerdir. Bu çalışmada Hardy tarafından

Önerilen aşağıdaki bağıntı uygulanmıştır (Hardy, 1990; Fogel ve Tinney, 1996).

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]}{n(n-1)} \quad (18)$$

bu eşitlikte geçen n dayanak nokta sayıdır.

Multiquadratik enterpolasyonda, dayanak noktaları bölge içerisinde iyi bir Şekilde dağılmamı olsa bile, yüzey modeli noktaların dağılımından anlamlı bir Şekilde etkilenmez. Ancak dayanak noktası ile enterpolasyonu yapılacak noktalar arasındaki mesafe artarsa, dayanak noktasının yüzey modeline katkısı azalır. Multiquadratik enterpolasyon tekniğinde $\delta^2=0$ için yüzey modeli dayanak noktalarından geçer (Uluğtekin, 1994; Akcin, 1998).

EN KÜÇÜK KARELERLE KOLLOKASYON

En küçük kareler yöntemine göre dengeleme, filtreleme (süzgeçleme) ve prediksyon (enterpolasyon, extrapolasyon) problemlerinin bir arada çözüldükleri dengeleme hesabının en genel biçimi kollokasyon adını alır (ztrk ve Şerbetçi, 1992). Kollokasyonun en küçük kareler yöntemine göre dengelemeden farkı bilinen hata denklemlerine ölçü hatasından (noise) başka ikinci bir tesadüf değişkenin (signal) eklenmiş olmasıdır (Demirel, 1977; Yıldırım, 2000). Kollokasyonun fonksiyonel modeli, L_i ölçülen değerleri, v_i düzeltmeleri, φ_i ölçülerin sistematik bölümünü ifade eden fonksiyon ve s_i lme noktasında sinyali (i sinyal) göstermek üzere;

$$L_i + v_i = \varphi_i(x, y, z, \dots) + s_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (19)$$

Şeklinde. Hesap edilmesi gereken enterpolasyon büyüklükleri,

$$L_J = \varphi_J(x, y, z, \dots) + s_J \quad (J = I, II, \dots, m) \quad (20)$$

Şeklinde bulunur. En küçük karelerle kollokasyonda sinyaller ve ölçü hataları rastgele stokastik büyüklükler olarak tanımlanır. L_i ölçüsünün ortalama hatası μ_{L_i} ise, uygun olarak

seçilecek μ_0^2 sabitesiyle ölçülere ait ağırlık katsayıları matrisi ;

$$\underline{Q}_{L_i L_i} = \mu_{L_i}^2 / \mu_0^2 \quad (\underline{Q}_{L_i L_k} = 0, \quad i \neq k) \quad (21)$$

Şeklinde. Kollokasyon problemlerinin çözümünde i sinyallere (s) ve dış sinyallere (s_p) ilişkin ağırlık katsayıları matrisi verilmiş olmalıdır. Ağırlık katsayıları matrisinde bir kovaryans fonksiyonu yardımıyla belirlenir. Hirvonen, Moritz-Heitz, Lauer, Gauss, Snen dalga, üssel v.b. bir çok kovaryans fonksiyonu mevcuttur. Bu alımada ;

$$C(d) = C_0 / (1 + (d/k)^2) \quad (22)$$

Şeklinde ifade edilen Hirvonen fonksiyonu alınmıştır. (22) eşitliğinde C_0 varyans ve k sabit olup ölçülerden yararlanarak belirlenir. d ise noktalar arasındaki uzaklıktır. s_i ve s_k arasındaki kovaryans matrisi $\underline{C}_{s_i s_k}$ ise ağırlık katsayıları matrisi;

$$\underline{Q}_{s_i s_k} = \frac{\underline{C}_{s_i s_k}}{\mu_0^2} \quad (23)$$

Şeklinde. Kovaryans fonksiyonları, dayanak noktalarının uzaklıklarından yararlanarak oluşturulan deneysel kovaryans modellerinden çözülebilir. Deneysel kovaryans modellerinin oluşturulmasında veriler sistematik bir biçimde sınıflandırılır. Seçilen kovaryans fonksiyonuna ait parametreler Taylor serisine göre lineer hale getirilerek en küçük kareler ilkesine göre çözülür. Kollokasyon yönteminde deterministik (fonksiyonel) kısmın bilinmeyenleri;

$$\underline{x} = (\underline{A}^T \underline{Q}^{-1} \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{Q}^{-1} \underline{\ell} \quad (24)$$

sistemine göre çözülür. Burada;

$$\underline{\bar{Q}} = \underline{Q}_{ss} + \underline{Q}_{LL} \quad (25)$$

toplamına göre bulunur.

İkinci durumda, trend yüzeyin bilinmeyen parametreleri ordinary kriging denklemlerine sınırlandırıcı denklem olarak eklenir ve ağırlıklarla birlikte eşzamanlı olarak çözüme gidilir. Trend yüzeyi olarak bir drift modeli eklenir. Drift, trend yüzeyiyle özdeştir. Drift olarak genellikle 1. yada 2. dereceden polinomlar düşünülür (Bardosy, 2002).

1. dereceden polinomal drift,

$$D_p = \alpha_1 y_i + \alpha_2 x_i \quad (38)$$

2. dereceden polinomal drift,

$$D_p = \alpha_1 y_i + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i^2 + \alpha_4 x_i^2 \quad (39)$$

şeklinde ifade edilir. 1. dereceden drift seçilmiş olduğunda matrisler;

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \cdots & \gamma(h_{1n}) & 1 & y_1 & x_1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \cdots & \gamma(h_{2n}) & 1 & y_2 & x_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma(h_{n1}) & \gamma(h_{n2}) & \cdots & \gamma(h_{nn}) & 1 & y_n & x_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_n & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_n \\ \lambda \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad \gamma_0 = \begin{bmatrix} \gamma(h_{p1}) \\ \gamma(h_{p2}) \\ \vdots \\ \gamma(h_{pn}) \\ 1 \\ y_p \\ x_p \end{bmatrix}$$

şeklini alır. W bilinmeyenler matrisi;

$$\underline{W} = \underline{\gamma}^{-1} \underline{\gamma}_0 \quad (40)$$

tahmin varyansı;

$$\sigma^2_{UK} = \underline{W}^T \underline{\gamma}_0 \quad (41)$$

şeklinde bulunur. Herhangi bir P noktasının enterpolasyon değeri (30) nolu formüle göre belirlenir.

Universal kriging sisteminde drift'in ilavesi Ordinary kriging yöntemine göre daha fazla veriyi gerektirir. Bu da Universal kriging sisteminin bir dezavantajı olarak görülebilir.

UYGULAMA

Uygulama nokta dağılımı ve arazi topoğrafyası bakımından farklılık gösteren üç bölgede gerçekleştirilmiştir. Her üç bölgede jeoit ondülasyonları GPS/Nivelman yöntemiyle belirlenmiştir. Farklı bölgelerde uygulama yapılmasının amacı, kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin davranışlarının belirlemektir. Test bölgelerinin özellikleri Tablo 1'de verilmiştir. Her üç bölgede dayanak noktaları, topoğrafik yüksekliklerle oluşturulan sayısal arazi modelinden faydalanılarak seçilmiştir. Seçilen noktalar yüzeyde sürekliliğin bozulduğu kritik noktalarlardır.

Uygulama yapılan her üç bölgede yöntemler başlığı altında anlatılan 5 enterpolasyon yöntemi kullanılmıştır. Her bir yöntemin uygulamasında, sonuçları etkileyen farklı parametreler seçilebilmektedir. Bu sebepten her bir yöntem, seçilen farklı parametrelerle öncelikle kendi içerisinde karşılaştırılmıştır. En uygun parametre sonuçları da yöntemlerin birbiriyle karşılaştırılmasında kullanılmıştır.

Tablo 1. Test bölgelerinin özellikleri.

Table 1 Spesification of test areas.

| Test Bölgesi | Boyutlar | | Ondülasyon değişimi | | Nokta sayısı | |
|--------------|-------------|-----------|----------------------|----------------------|--------------|---------|
| | Kuzey-Güney | Doğu-Batı | N _{min} (m) | N _{max} (m) | Dayanak | Kontrol |
| 1 | ~26 km | ~17 km | 32.860 | 33.254 | 28 | 46 |
| 2 | ~20 km | ~16 km | 35.833 | 36.752 | 20 | 44 |
| 3 | ~51 km | ~46 km | 36.592 | 37.149 | 28 | 30 |

Ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyonda iki farklı yaklaşım kullanılmıştır. Birinci yaklaşımda (2) eşitliğindeki k değerleri 1,2,3 ve 4 alınarak tüm dayanak noktalarına göre ağırlıklar belirlenmiştir, ikinci yaklaşımda ise k=2 alınmak suretiyle kritik daire kullanılmıştır. Polinom yüzeylerinde ise, lineer, quadratik, kübik, bi-lineer, bi-quadratik ve bi-kübik yüzeyler seçilmiştir. Multiquadratik yöntemin kullanımında trend yüzeyi olarak quadratik, kernel fonksiyonu olarak iki yapraklı hiperboloid seçilmiş olup geometrik parametrenin sıfır ve (13) formülü sonucu elde edilen değeri ile uygulama yapılmıştır. Kollokasyon yöntemi uygulamasında derterministik fonksiyon quadratik yüzey seçilerek Hirvonen kovaryans fonksiyonuna göre çözüm yapılmıştır. Kriging yöntemi uygulamasında universal kriging yöntemi seçilmiş olup üssel, küresel ve Gauss variogram modellerine göre ağırlıklar belirlenmiştir.

Kollokasyon ve kriging yöntemlerinin uygulanabilmesi için kovaryans ve variogram fonksiyonlarının bilinmesi ön şartından dolayı deneysel kovaryans ve variogramlar oluşturulmuştur. Deneysel kovaryans ve variogramların oluşturulmasında sınıf aralıkları her bir sınıfa en az 25-30 nokta çifti düşecek şekilde oluşturulmuştur. Deneysel kovaryans ve variogram modellerinden uygun olanları, her iki modelinde pozitif tanımlı olması gereğinden, seçilen teorik kovaryans ve variogram fonksiyonların bilinmeyen parametrelerinin belirlenmesinde kullanılmıştır. Seçilen kovaryans ve variogram bilinmeyen parametreleri taylor serine açılarak lineer hale getirilip standart en küçük kareler yöntemine göre iteratif olarak belirlenmiştir.

Test bölgelerinden kontrol noktalarına göre elde edilen özetleyici istatistik bilgiler Tablo 2'de verilmiştir (Yiğit, 2003).

Tablo 2. Test bölgelerine ait istatistiksel sonuçlar (HS: ± 5 cm'den küçük hata sayısı)
Table 2. The statistical results from test areas(HS: the number of errors $< \pm 5$ cm)

| Yöntem | Parametreler | | I. Test Bölgesi | | | II. Test Bölgesi | | | III. Test Bölgesi | | |
|--------------------|------------------------|-----------------|---------------------|----------------------|----|---------------------|----------------------|----|---------------------|----------------------|----|
| | | | m ₀ (cm) | ϵ_{\max} cm | HS | m ₀ (cm) | ϵ_{\max} cm | HS | m ₀ (cm) | ϵ_{\max} cm | HS |
| Ağırlıklı ortalama | Kritik Daire (K.D) Yok | k=1 | ± 4.1 | 13.4 | 39 | ± 12.0 | 26.0 | 13 | ± 7.8 | 18.0 | 15 |
| | | k=2 | ± 2.5 | 6.4 | 43 | ± 6.1 | 14.2 | 27 | ± 4.9 | 11.1 | 18 |
| | | k=3 | ± 2.4 | 6.8 | 44 | ± 4.5 | 10.0 | 30 | ± 4.8 | 9.4 | 19 |
| | | k=4 | ± 2.6 | 7.0 | 44 | ± 4.6 | 11.2 | 31 | ± 5.2 | 11.2 | 20 |
| | K.D. Var (k=2) | r=5 km | ± 2.3 | 6.5 | 44 | ± 3.8 | 8.8 | 36 | ± 4.7 | 10.0 | 19 |
| | | r=10 km | ± 2.4 | 6.3 | 44 | ± 4.9 | 10.6 | 29 | ± 4.9 | 11.0 | 18 |
| Polinom yüzeyleri | Ortogonal olan | Lineer | ± 3.5 | 8.9 | 39 | ± 3.9 | 11.6 | 36 | ± 11.2 | 27.9 | 10 |
| | | Quadratik | ± 3.1 | 9.5 | 41 | ± 4.2 | 11.4 | 34 | ± 11.1 | 29.3 | 11 |
| | | Kübik | ± 2.3 | 5.8 | 44 | ± 3.3 | 8.6 | 40 | ± 7.7 | 18.8 | 16 |
| | Ortogonal olmayan | Bilineer | ± 3.4 | 8.1 | 39 | ± 3.8 | 10.8 | 35 | ± 11.6 | 29.6 | 9 |
| | | Biquadratik | ± 2.2 | 5.3 | 45 | ± 3.3 | 8.9 | 37 | ± 8.0 | 20.7 | 12 |
| | | Bikübik | ± 2.7 | 6.9 | 41 | ± 3.4 | 7.5 | 39 | ± 4.9 | 13.4 | 22 |
| Multiquadratik | Quadratik trend | $\delta=0$ | ± 2.2 | 6.6 | 42 | ± 2.8 | 7.4 | 43 | ± 4.8 | 10.9 | 20 |
| | | $\delta \neq 0$ | ± 12.7 | 53.7 | 23 | ± 9.0 | 22.2 | 19 | -- | -- | -- |
| Kollokasyon | Quadratik trend | Hirvonen Kov. | ± 2.4 | 8.2 | 43 | ± 4.2 | 11.3 | 34 | ± 6.3 | 14.3 | 16 |
| Universal kriging | Quadratik trend | Küresel Var. | ± 2.2 | 6.7 | 43 | ± 2.7 | 7.1 | 42 | ± 4.8 | 13.6 | 22 |
| | | Üssel Var. | ± 2.2 | 6.6 | 42 | ± 3.0 | 8.2 | 38 | ± 4.8 | 13.6 | 20 |
| | | Gauss Var. | ± 3.6 | 8.7 | 37 | ± 4.0 | 12.3 | 37 | ± 4.5 | 11.1 | 20 |

SONUÇ

Bu çalışmada elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümünde kullanılan enterpolasyon yöntemleri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma üç ayrı test alanında 5 modelleme tekniği ve 18 alt varyasyon kullanılarak yapılmıştır.

Ağırlıklı ortalama yöntemiyle enterpolasyonda kritik daire kullanılmaması durumunda k değeri jeoit ondulasyonlarının lokal ölçekte değişimine bağlı olarak önem kazanmaktadır. Test bölgelerinden elde edilen sonuçlar, $k \geq 2$ alınması gereğini ortaya koymuştur. 1. ve 3. test bölgelerinde kritik daire kullanımı, sonuçları anlamlı sayılacak derecede değiştirmemesine rağmen 2. test bölgesinde, $k=2$ için daha iyi sonuç elde edilmiştir.

Polinom yüzeyleri uygulamasında hangi yüzeyin alınacağı konusunda doğrudan kesin bir yargıya varılamayacağı fakat jeoidin değişiminin yüzey seçimi konusunda bir fikir verebileceği görülmüştür. Uygulama sonuçlarına göre genellikle, dayanak noktalarının yüzeyden sapmaları ile elde edilen karesel ortalama hatalar ile kontrol noktalarından elde edilen karesel ortalama hatalar arasında pozitif yönlü korelasyon olduğu gözlemlenmiştir. En küçük karesel ortalama hatayı veren en uygun yüzeydir denilebilir. 1. bölge için bi-kvadratik, 2. bölge için kübik ve 3. bölge için bi-kübik yüzeylerin en uygun olduğu görülmüştür.

Multiquadratik yöntem uygulamalarında kernel fonksiyonu olarak karşılıklı hiperboloit seçilmiş olup geometrik parametrenin iki farklı değeri kullanılmıştır. 1. ve 2. test bölgesinde (18) eşitliği ile hesaplanan geometrik parametre olumsuz sonuçlar verdiği için 3. test bölgesinde uygulanmamıştır. Görsellikten uzak olan nümerik çalışmalarda, geometrik parametrenin sıfır alınması uygun olacaktır.

Kollokasyon uygulamalarında trend yüzeyi kvadratik seçilip deneysel kovaryans modelleri oluşturulmuştur. Test bölgelerinde yapılan uygulama sonuçları, 2. ve 3. test bölgelerinde yöntemin beklenenden biraz daha olumsuz sonuçlandığını göstermiştir.

Kriging yönteminde küresel, üssel ve Gauss variogram modelleri uygulanmıştır. Bu çalışma kapsamında, farklı variogram seçiminin sonuçları çok fazla etkilemediği görülmüştür. İstatistik anlamda en küçük karesel ortalama hatayı veren variogram modelinin seçimi anlamlı olacaktır.

Genel olarak kullanılan yöntemler arasında çok fazla fark olmamasına rağmen, tüm test bölgelerinde multiquadratik ve kriging yöntemleri birbirlerine benzer ve diğer yöntemlerden daha iyi sonuç vermektedir. Kriging enterpolasyon yönteminin uygulamasında ön araştırma yapılması gereğine rağmen, yinede jeodezik problemlerin çözülmesinde kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

KAYNAKLAR

- Akçin H., 1998, GPS Ölçülerinden Pratik Yüksekliklerin Elde Edilmesi Üzerine Bir Araştırma, Doktora Tezi, YTÜ, İstanbul
- ASCE (American Society of Civil Engineers), ACSM (American Congress on Surveying and Mapping), ASPRS (American Society for Photogrammetry and Remote Sensing), 1994, Glossary of the Mapping of Sciences, 581 sf., USA
- Ayhan M.E., Demir C., Lenk O., Kılıçoğlu A., Aktuğ B., Açıkgöz M., Fırat O., Şengün Y.S., Cingöz A., Gürdal M.A., Kurt İ., Ocak M., Türkezer A., Yıldız H., Bayazıt N., Ata M., Çağlar Y., Özerkan A., 2002, Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı-1999A, Harita Dergisi, Mayıs, Özel Sayı: 16, Ankara.
- Bardosy A, 2002, Introduction to Geostatistics, Institute of Hydraulic Engineering University of Stuttgart, Technical note, 134 sf. Germany
- Boogaart K.G. Van Den, Schaeben H., 2002, Kriging of Regionalized Directions, Axes, and Orientations I. Directions and Axes, Mathematical Geology, Vol. 34, No. 5, 479-503
- Demirel H., 1977, En Küçük Kareler Yöntemine Göre Prediksiyon ve Kollokasyon, İDMMA, İstanbul

- Demirel H., 1983, Kollokasyon, Harita Dergisi, sayı 45-46-47, Ankara
- Fogel D.N., Tinney L.R., 1996, Image Registration Using Multiquadratic Functions, the Finite Element Method, Bivariate Mapping Polynomials and Thin Plate Spline, Technical Report, 37 sf., Santa Barbara
- Golden Software, 2002, Surfer 8, User's Guide: Contouring and 3D surface mapping for scientist and engineers, Colorado, USA
- Güler A., 1978, Sayısal Arazi Modellerinde Enterpolasyon Yöntemleri, Harita Dergisi, sayı 85, 53-71, Ocak, Ankara
- Güler A., 1985, Sayısal Arazi Modellerinde İki Enterpolasyon Yöntemi ile Denemeler, Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası Dergisi, sayı 52-53, 98-118, Ankara
- Hardy R.L., 1971, Multiquadratic Equation Of Topography And Other Irregular Surface, Journal Of Geophysical Research, Vol.76, No8
- Hardy R.L., 1990, Theory and Applications of the Multiquadric-Biharmonic Method, Computers Math. Applic. Vol. 19, No. 8/9, pp.163-208, Great Britain
- Isaaks E.H., Srivastava R.M., 1989, An Introduction to Applied Geostatistics, Oxford University Press, 561 sf., Oxford
- İnal C., Turgut B., Yiğit C.Ö., 2003, Lokal Alanlarda Jeoit Ondülasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliğinde 30. yıl Sempozyumu Bildiriler Kitabı, 97-106, Konya
- İnal C., 1996, Yerel Jeoit Geçirilerek GPS Sonuçlarından Yüksekliklerin Belirlenmesi, S.Ü Müh.Mim.Fak. Dergisi, 11. Cilt, 2. Sayı, S.15-21, Konya
- King R., Master E.G., Rizos C., Stolz A., Coolins J., 1985, Surveying with Global Positioning System, Bonn
- Leberl F., 1973, Interpolation in a Square Grid DTM, ITC Journal, 1973-75
- Martensson S.G., 2002, Height Determination By GPS-Accuracy with Respect to Different Geoid Models in Sweden, FIG XXII International Congress, Washington, D.C. USA
- Macedonio G., Pareschi M.T., 1991, An Algorithm for The Triangulation of Arbitrarily Distributed Points: Applications to Volume Estimates and Terrain Fitting, Computers and Geosciences, Vol 17, No 7, 859-879
- Öztürk E., Şerbetçi M., 1992, Dengeleme Hesabı III, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Genel Yayın No 144, Fakülte Yayın No 40, Trabzon
- Uluğtekin N., 1994, Sayısallaştırılmış Kadastro Paftalarının Geometrik Niteliğinin Yükseltilmesi, İTÜ Dergisi, Cilt 52, Sayı1-2, İstanbul
- Yanalak M., 2002, Yön ve Ters Uzaklık Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon, Harita Dergisi, sayı127, 55, Ocak, Ankara
- Yıldırım A., 2000, Modelling Difference Between Gravimetric and GPS/Levelling Geoids, M.Sc. D. , Middle East Technical University, Ankara
- Yiğit C.Ö., 2003, Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Sf 131, Konya
- Zhan-Ji.Y., 1998, Precise Determination Of Local Geoid And Its Geophysical Interpretation, Ph. D., Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong

